Infographie - M1

Chapitre 6 - Ray Tracing

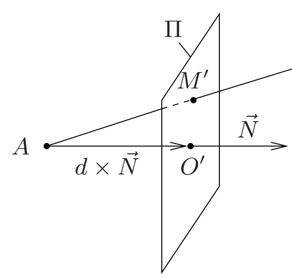
V.Padovani

Equipe Preuves, Programmes et Systèmes, Université Paris 7

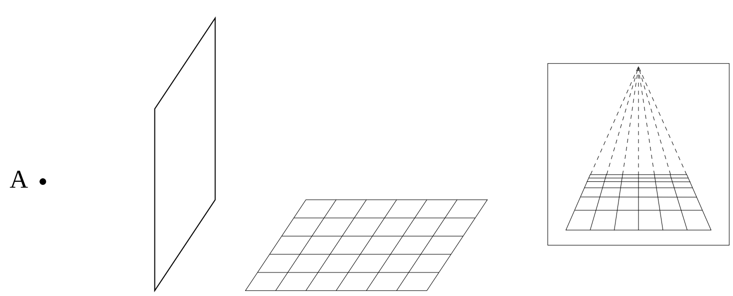
1 Vue en perspective

L'affichage *en perspective* simule un phénomène se produisant effectivement dans la vision réelle, à savoir, la diminution des dimensions apparentes des objets les plus éloignés de l'observateur. La méthode présentée ici est une de celles possibles pour effectuer cette simulation. Elle présente l'avantage d'être simple à comprendre et à implémenter.

On considère un observateur situé en un point A de l'espace, ainsi qu'un plan Π sur lequel on va projeter les objets de la scène - intuitivement, l'écran. Ce plan est muni d'une normale $\vec{N}$, orientée du côté du plan opposé à celui face à l'observateur. La distance entre le plan est l'observateur est spécifiée par une constante d, avec la convention suivante : le vecteur $\vec{AO'}$, où O' est la projection orthogonale de A sur Π, vaut $d \times \vec{N}$. Le point A, le vecteur $\vec{N}$ et la constante d sont les seules données nécessaires pour effectuer les calculs qui suivent - en particulier, le plan Π est entièrement défini par celles-ci.



Etant donné un point M tel que A et M ne soient pas du même côté de Π, la *vue en perspective de M, relativement à l'observateur A et le plan de projection* Π, est définie comme le point M' situé à l'intersection de Π et du segment $[AM]$.



Comme dans la vision réelle, les dimensions apparentes d'un objet dont les points sont vus en perspective sont d'autant plus réduites que cet objet est éloigné de l'observateur. On constate d'autre part que les vues d'un ensemble de droites deux à deux parallèles mais non parallèles au plan semblent toutes se rejoindre en un unique point, qui ne dépend que de la direction de ces droites et non de leur placement. Ce point est appelé le *point de fuite* de ces droites.

1.1 Calcul de la vue d'un point

Dans le diagramme ci-dessus, les coordonnés du point M' peuvent être exprimées en fonction du réel α tel que $\overrightarrow{AM'} = \alpha \times \overrightarrow{AM}$. On doit avoir :

$$\vec{N} \cdot \overrightarrow{O'M'} = 0$$

$$\vec{N} \cdot (\overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{AM'}) = 0$$

$$\vec{N} \cdot (-d \times \vec{N} + \alpha \times \overrightarrow{AM}) = 0$$

soit :

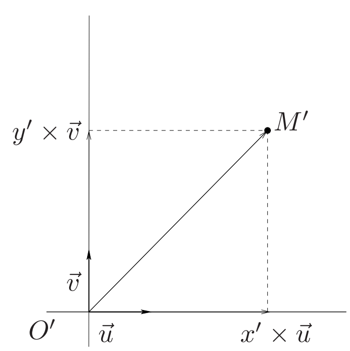
$$\alpha = \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{\vec{N} \cdot \overrightarrow{AM}}$$

Le vecteur $\vec{O}'M'$ vaut donc :

$$\overrightarrow{O'M'} = -d \times \vec{N} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{\vec{N} \cdot \overrightarrow{AM}} \times \overrightarrow{AM}$$

1.2 Expression de la vue dans un repère local au plan

En supposant le plan Π muni d'un repère local orthonormé $(O', \vec{u}, \vec{v})$, les coordonnées locales (x', y') de M' dans ce repère peuvent être calculées comme suit. On cherche x', y' tels que $\overrightarrow{O'M'} = x' \times \vec{u} + y' \times \vec{v}$.

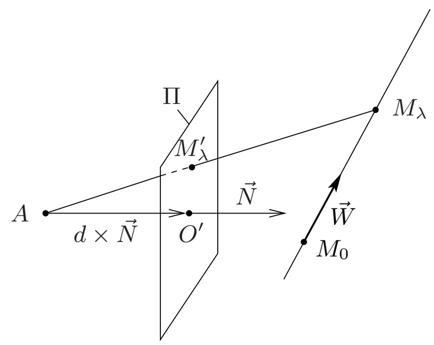


Le vecteur $x' \times \vec{u}$ est la projection orthogonale de $\overrightarrow{O'M'}$ sur $\vec{u}$. De même, $y' \times \vec{v}$ est la projection orthogonale de $\overrightarrow{O'M'}$ sur $\vec{v}$. On a donc $x' = (\overrightarrow{O'M'} \cdot \vec{u}) / \parallel \vec{u} \parallel^2$ et $y' = (\overrightarrow{O'M'} \cdot \vec{v}) / \parallel \vec{v} \parallel^2$, soit encore, puisque $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont supposés unitaires :

$$x' = \overrightarrow{O'M'} \cdot \vec{u} \qquad y' = \overrightarrow{O'M'} \cdot \vec{v}$$

1.3 Point de fuite d'une droite

Soit D une droite non parallèle à Π, M_0 un point de D tel que A et M_0 ne soient pas du même côté de Π, et soit $\vec{W}$ un vecteur directeur de D tel que $\vec{W}$ et $\vec{N}$ forment un angle inférieur à l'angle droit.



Montrons que les vues des points M_λ tels que $\vec{O'M_\lambda} = \vec{O'M_0} + \lambda \times \vec{W}$ tendent vers un point de Π lorsque λ tend vers $+\infty$. Pour un λ donné, soit M'_λ la vue de M_λ. On a :

$$\vec{O'M'_\lambda} = -d \times \vec{N} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{\vec{N} \cdot \vec{AM_\lambda}} \times \vec{AM_\lambda}$$

$$= -d \times \vec{N} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{\vec{N} \cdot (\vec{AM_0} + \lambda \times \vec{W})} \times (\vec{AM_0} + \lambda \times \vec{W})$$

$$= -d \times \vec{N} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{(\vec{N} \cdot \vec{AM_0}) + \lambda \times (\vec{N} \cdot \vec{W})} \times \vec{AM_0} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{(\vec{N} \cdot \vec{AM_0}) + \lambda \times (\vec{N} \cdot \vec{W})} \times \lambda \times \vec{W}$$

Lorsque λ tend vers ∞, le second membre tend vers le vecteur nul et le troisième tend vers

$$\frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{\vec{N} \cdot \vec{W}} \times \vec{W}$$

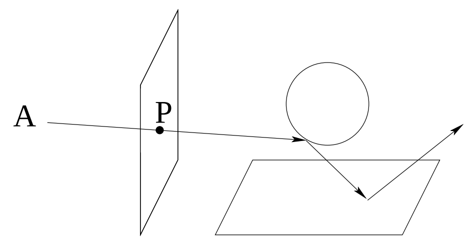
Le vecteur $\vec{O'M'_\lambda}$ a donc pour limite:

$$\vec{O'P} = -d \times \vec{N} + \frac{d \times \parallel \vec{N} \parallel^2}{(\vec{N} \cdot \vec{W})} \times \vec{W}$$

Le point P est appelé *point de fuite* de la droite D. Toutes les droites parallèles à D ont le *même point de fuite*, puisque P ne dépend que de la direction de D, *i.e.* ne dépend que de $\vec{W}$ et non de M_0. En comparant cette formule à celle permettant de calculer la vue d'un point, on constate d'autre part que P est aussi la vue en perspective du point Q tel que $\vec{AQ} = \vec{W}$, soit encore (faire un diagramme) l'intersection de la droite passant par A et parallèle à D avec le plan Π.

2 Ray Tracing

On suppose stockées en mémoire les représentations d'un ensemble d'objets tels que sphères, plans, ... disposés dans l'espace 3D. Chaque objet est muni d'une certaine *texture* définissant les propriétés de sa surface : couleur de l'objet, et *coefficient de reflexion*, c'est-à-dire un réel allant de 0 à 1 (de parfaitement mat à parfaitement réfléchissant).



Le but de l'algorithme de Ray-tracing est de calculer un rendu de cette scène depuis un certain point d'observation A. On place entre A et les objets de la scène un plan de projection muni d'un repère local dont les coordonnées entières sont celles des pixels de l'écran.

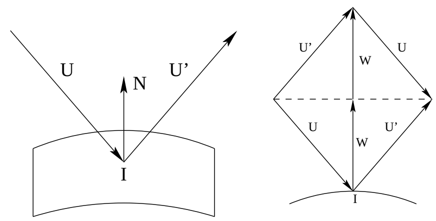
2.1 Ray Tracing sans réflexion

Dans un premier temps, on se contentera de supposer que les objets sont totalement mats, et colorés de couleurs distinctes. Pour chaque point P du plan de coordonnés entières dans le repère du plan, la couleur attribuée au pixel de coordonnées P est calculée comme suit. On considère la projection de A suivant la direction $\vec{AP}$ sur chacun des objets de la scene. Si aucune de ces projections n'est définie, on attribue au pixel une couleur par défaut, appelée *texture du ciel*. Sinon, on lui attribue la couleur de l'objet *le plus proche* atteint en partant de A et en suivant la direction $\vec{AP}$.

2.2 Reflexion d'un rayon

Appelons *rayon* R la donnée d'un point P, appelée origine de R, et d'un vecteur $\vec{U}$ appelé direction de R.

Etant donné un objet quelconque (sphère, plan), le *point d'impact* de R sur cet objet est, lorsqu'il existe, le point égal à la projection sur la surface cet objet de l'origine de R suivant la direction de R. Si ce point d'impact I est défini, et si la normale à la surface de l'objet en I est $\vec{N}$, la *reflexion* de R en I suivant $\vec{N}$ est par définition le rayon d'origine I et de direction $\vec{U}'$ tel que $(-\vec{U}+\vec{U}') = 2 \times \vec{W}$, où $\vec{W}$ est la projection orthogonale de $-\vec{U}$ sur $\vec{N}$.



Montrons tout d'abord comment calculer $\vec{W}$. On a $\vec{W} = \alpha \times \vec{N}$, avec $\vec{U} + \alpha\vec{N}$ et $\vec{N}$ orthogonaux, donc

$$(\vec{U} + \alpha \times \vec{N}) \cdot \vec{N} = 0$$

$$\vec{U} \cdot N + \alpha \times \parallel \vec{N} \parallel^2 = 0$$

soit:

$$\alpha = \frac{-\vec{U} \cdot \vec{N}}{\parallel \vec{N} \parallel^2}$$

donc :

$$-\vec{U} + \vec{U}' = 2 \times \vec{W} = 2 \times \alpha\vec{N} = 2 \times \frac{-\vec{U} \cdot \vec{N}}{\parallel \vec{N} \parallel^2} \times \vec{N}$$

soit encore :

$$\vec{U}' = \vec{U} + 2 \times \frac{-\vec{U} \cdot \vec{N}}{\parallel \vec{N} \parallel^2} \times \vec{N}$$

2.3 Ray Tracing avec réflexion

On fixe une constante `n`. Pour chaque point P du plan de coordonnés entières dans le repère du plan, on construit un rayon R d'origine A et de direction $\vec{AP}$. On invoque ensuite sur R la fonction suivante :

1. On effectue `n` fois le traitement suivant :

   - On calcule le point d'impact de R avec la surface de chaque objet de la scene, c'est-à-dire, pour chaque objet de la scène, les coordonnées de la projection sur chaque objet de l'origine de R suivant la direction de R.
   - Si aucun point d'impact n'existe, on interrompt le traitement en renvoyant la suite de toutes les textures mémorisées plus une texture par défaut appelée *texture du ciel*.

     Sinon, on choisit le point d'impact I le plus proche de l'origine de R. On mémorise la texture de la surface de l'objet atteint en I. On calcule la réflexion R' de R en I. On redéfinit R comme R'.

2. On renvoie la suite des textures mémorisées.

La couleur déterminée pour le pixel P est alors déduite de la suite de textures renvoyée par cette fonction : La couleur de la première texture rencontrée est la couleur majoritaire du pixel. Plus une texture est réfléchissante, et plus la part des couleurs des textures suivantes doit être importante dans la couleur du pixel.