Université Pierre et Marie CURIE

—o—

DEUG MIAS

Types et structures de données

Devoir sur table

26 Novembre 2003

Documents autorisés : tous.
Durée : 2 heures.

Remarques :
- *il est parfois nécessaire pour définir une fonction d'avoir à définir d'autres fonctions ou valeurs auxiliaires ;*
- *si besoin est, on peut utiliser une fonction ou valeur demandée à une question précédente sans avoir pour autant répondu cette question.*

Exercice I

Question (I.1) On obtient une valeur approchée du réel π en utilisant la formule de J. Machin :

$$\frac{\pi}{4} = 4.\arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right)$$

O'CAML fournit la fonction `atan : float -> float` qui calcule arctan. Écrivez une expression O'CAML qui donne une valeur approchée de π selon J. Machin.

Question (I.2) On passe d'un système de coordonnées polaires (d, θ) aux coordonnées cartésiennes (x, y) en appliquant les formules :

$$\begin{cases} x = d\cos(\theta) \\ y = d\sin(\theta) \end{cases}$$

Les fonctions O'CAML `cos : float -> float` et `sin : float -> float` calculent respectivement les fonctions *cos* et *sin*. Donnez une fonction O'CAML, que nous appellerons `cart_of_pol` qui donnent les coordonnées cartésiennes d'un point à partir de ses coordonnées polaires.

QUESTION (I.3) Donnez le type de la fonction que vous avez définie.

QUESTION (I.4) On obtient une courbe dite *spirale d'Archimède* en posant $d = \theta$. Donnez une fonction O'CAML `spirale : unit -> unit` qui calcule et affiche (sur la sortie standard) la suite des coordonnées cartésiennes des points de la spirale d'Archimède pour θ variant de 0 à $\frac{13\pi}{2}$ avec un pas de $\frac{\pi}{60}$.

EXERCICE II On représente les ensembles par des listes O'CAML. Un *ensemble*, par opposition à une liste quelconque, ne devra pas contenir plusieurs occurences d'un même élément.

QUESTION (II.1) Donnez une fonction O'CAML `add_elt : 'a -> 'a list -> 'a list` telle que `(add_elt e s)` est *l'ensemble* obtenu en rajoutant l'élément `e` à l'ensemble `s`.

QUESTION (II.2) Donnez une fonction O'CAML `set_of_list` telle que `(set_of_list xs)` renvoie *l'ensemble* des éléments contenus dans `xs`.

QUESTION (II.3) Donnez deux fonctions O'CAML `union` et `inter` qui calculent respectivement l'union et l'intersection de deux ensembles.

EXERCICE III On appellera *suite binaire* une suite qui ne contient que deux valeurs possibles, par exemple : `true` ou `false` ; `0` ou `1` ; `'X'` ou `'Y'` ; etc. Appelons B un ensemble à deux valeurs. Une suite binaire d'éléments de B est appelée suite binaire *sur* B.

QUESTION (III.1) Donnez un type O'CAML de votre choix pour représenter de telles suites.

QUESTION (III.2) Donnez une fonction O'CAML `nb_occ_elt` telle que `(nb_occ_elt e s)` donne le nombre d'occurences de l'élément `e` dans la suite `s`. Quel type obtenez vous pour cette fonction ?

QUESTION (III.3) Une suite binaire est dite *alternée* si elle ne contient jamais deux éléments consécutifs identiques. Donnez une fonction O'CAML `alt_seq` telle que `(alt_seq s)` vaut `true` si et seulement `s` est une suite alternée.

QUESTION (III.4) Une *sous-suite* d'une suite $s = e_1 e_2 \dots e_n$ est n'importe quelle suite (non vide) $e_i e_{i+1} \dots e_{i+k}$ d'éléments *consécutifs* de s. Soient $e \in B$ et s une suite binaire sur B. Une sous-suite *e-homogène* de s est une sous-suite de s qui ne contient que des e. Donnez une fonction O'CAML `nb_sub_hom` telle que `(nb_sub_hom e s)` donne le nombre de sous-suites `e`-homogènes de `s`.

QUESTION (III.5) Donnez une fonction `max_sub_hom` telle que `(max_sub_hom e s)` donne la longueur de la plus longue sous-suite `e`-homogène de `s`.