Feuille de TD n° 7 : Déterminisation

Exercice 1 :

Déterminiser les automates suivants :

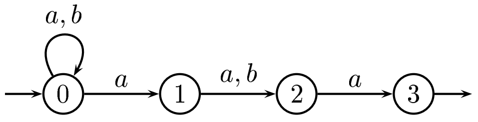

FIG. 1 – Automate $\mathcal{A}_1$

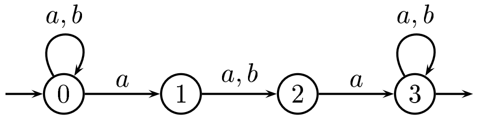

FIG. 2 – Automate $\mathcal{A}_2$

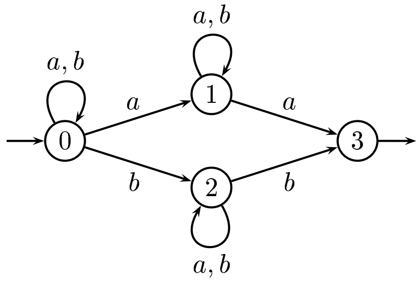

FIG. 3 – Automate $\mathcal{A}_3$

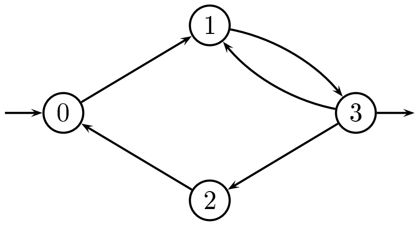

FIG. 4 – Automate $\mathcal{A}_4$

Exercice 2 :

Construire un automate déterministe pour chacun des deux langages suivants :
- le langage $\mathcal{L}_1$ formé des mots contenant le facteur aba ;
- le langage $\mathcal{L}_2$ formé des mots terminant soit par le suffixe aa, soit par le suffixe abb.

Exercice 3 : un peu de lemme de l'étoile

On considère l'alphabet $\mathcal{A} = \{a, b\}$. Les langages suivants sont-ils reconnaissables ?
- $\mathcal{L}_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{u \in A^* \mid |u|_a = |u|_b\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{u \in A^* \mid |u|_a < |u|_b\}$
- $\mathcal{L}_4 = \{baba^2ba^3 \dots ba^n \mid n \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_5 = \mathcal{L}_2 \setminus A^*\{aa, bb\}A^*$
- $\mathcal{L}_6 = \{u \in A^* \mid \text{u est un palindrome}\}$
- $\mathcal{L}_7 = \{uu \mid u \in A^*\}$
- $\mathcal{L}_8 = \mathrm{Pref}(\mathcal{L}_1)$
- $\mathcal{L}_9 = \mathrm{Pref}(\mathcal{L}_2)$
- $\mathcal{L}_{10} = \{a^n \mid n \text{ est un nombre premier}\}$

où $\mathrm{Pref}(\mathcal{L})$ est l'ensemble des facteurs préfixes des mots du langage $\mathcal{L}$. On en profitera pour montrer que si $\mathcal{L}$ est reconnaissable alors $\mathrm{Pref}(\mathcal{L})$ est reconnaissable.

Exercice 4 : petite variation...

On considère ici l'alphabet $B = \{a, b, c\}$.

On dit qu'un mot contient un carré si on peut l'écrire $uvvw$ avec $v \neq \epsilon$. On admettra (c'est loin d'être évident) qu'on peut construire des mots sans carré arbitrairement longs sur l'alphabet $\{a, b, c\}$. Montrer que le langage suivant n'est pas reconnaissable par un automate déterministe *complet* (cela implique donc qu'il n'est reconnaissable par aucun automate fini) :

$\mathcal{K} = \{u \in B \mid u \text{ contient un carré}\}$