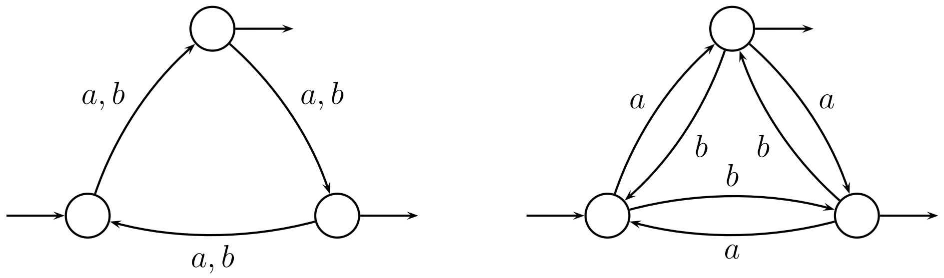
# Feuille de TD n° 5 : Construction d'automates

*L'alphabet considéré est $A = \{a, b\}$, à l'exception de l'exercice 3.*

## Exercice 1 : langages reconnus par des automates




(a) Automate $\mathcal{A}_1$ (b) Automate $\mathcal{A}_2$

1. Les mots *abab*, *ababa* et *ababab* sont-ils reconnus par l'automate $\mathcal{A}_1$ ?
2. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_1$.
3. Les mots $a^4b^3$, $a^4b^2$ et $a^4b$ sont-ils reconnus par l'automate $\mathcal{A}_2$ ?
4. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_2$.

## Exercice 2 : construction d'automates

Donner des automates reconnaissant les langages suivants :

- $\mathcal{L}_1 = \{u \in A^* :$ toute occurrence de $b$ dans $u$ est immédiatement suivie d'au moins deux occurrences de $a\}$,
- $\mathcal{L}_2 = \{u \in A^* : u$ ne contient pas deux $a$ successifs$\}$,
- $\mathcal{L}_3 = \{u \in A^* :$ le nombre d'occurrences de $a$ dans $u$ est pair$\}$,
- $\mathcal{L}_4 = \{u \in A^* :$ les blocs de $a$ dans $u$ sont alternativement de longueur paire et impaire$\}$.

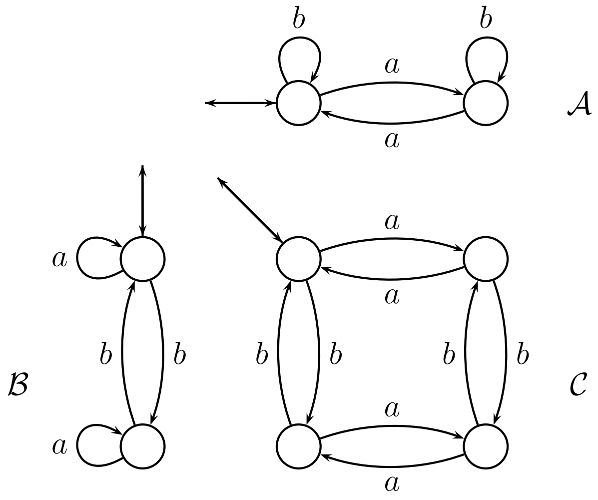
## Exercice 3 : Les automates savent-ils compter ?

On veut réaliser un changeur de petite monnaie au moyen d'un automate. L'alphabet sera constitué des pièces jaunes (10, 20 et 50 centimes d'euro).

1. Construire un automate qui reconnaît toutes les suites de pièces jaunes dont la somme vaut 1 euro.
2. Réfléchir à des modifications à apporter à l'automate pour qu'il reconnaisse les suites dont la somme vaut 1 euro et qui contiennent une pièce de 50 centimes.
3. Construire un automate qui reconnaît toutes les suites de pièces jaunes dont la somme vaut 60 centimes et comportant au moins autant de pièces de 20 que de 10.

4. Supposons qu'il existe un automate reconnaissant toutes les suites de pièces (peu importe la somme totale) comportant au moins autant de pièces de 20 que de 10. Cet automate reconnaît en particulier la suite commençant par autant de pièces de 10 qu'il y a d'états dans l'automate, puis deux fois plus de pièces de 20 que de 10. Que peut-on en déduire ?

**Exercice 4 : intersection de langages et automate produit**




1. Décrire les langages reconnus par les automates $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.
2. Après avoir lu un nombre pair de $b$, dans quels états peut se trouver l'automate $\mathcal{C}$ ?
3. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{C}$ et conclure.

**Exercice 5 : automate diviseur**

Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des représentations binaires des multiples de 3 (cf le cours). Pouvez-vous donner un automate qui accepte les mêmes mots, mais en les lisant de droite à gauche (du chiffre de poids faible vers le chiffre de poids fort) ?