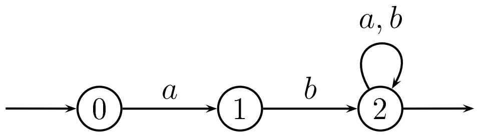
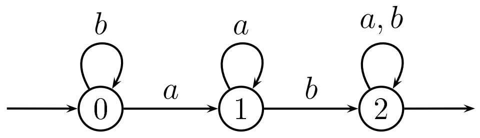
Feuille de TD n° 4 : Automates divers et variés

L'alphabet considéré est $\{a, b\}$.

Exercice 1 : Calcul par un automate.



(a) Automate $\mathcal{A}_1$



(b) Automate $\mathcal{A}_2$

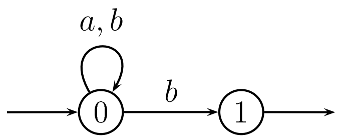
1. Dans quel état se trouve l'automate $\mathcal{A}_1$ après lecture des mots a, ab, abb, $abba$? Après lecture du mot ε ?
2. Lesquels de ces mots sont reconnus par l'automate $\mathcal{A}_1$?
3. Que se passe-t-il quand on donne le mot aab à lire à l'automate $\mathcal{A}_1$?
4. Les mots aba^2b, a^2ba^2b, ab^4 et b^3a^2 sont-ils reconnus par l'automate $\mathcal{A}_1$?
5. Décrire les mots reconnus par l'automate $\mathcal{A}_1$.
6. Après lecture du mot b^3a^2, dans quel état se trouve l'automate $\mathcal{A}_2$?
7. Y a-t-il des mots que l'automate $\mathcal{A}_2$ ne peut pas lire jusqu'au bout ?
8. S'il n'a lu aucun a, dans quel état se trouve l'automate $\mathcal{A}_2$?
9. Dans quels cas l'automate $\mathcal{A}_2$ se trouve-t-il dans l'état 1 ?
10. Dans quels cas arrive-t-il à l'état final 2 ? Quels mots reconnaît-il ?

Exercice 2 : Automates déterministes et non déterministes.

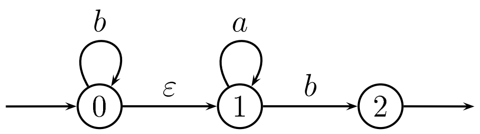
Un automate est déterministe si, à chaque étape, quand il lit une lettre, ne peut passer que dans un seul état au plus, c'est à dire n'a qu'une seule transition possible au plus.

1. L'automate $\mathcal{A}_1$ est-il un automate déterministe ?
2. Et l'automate $\mathcal{A}_2$?
3. Dessinez l'automate $\mathcal{A}'_2$ obtenu à partir de l'automate $\mathcal{A}_2$ en renversant le sens de chaque flèche. L'automate $\mathcal{A}'_2$ est-il déterministe ?
4. Après lecture du mot ab, dans quel(s) état(s) peut-il se trouver ? Même question après lecture du mot ba.
5. D'après vous, quels sont les mots reconnus par $\mathcal{A}'_2$?

Exercice 3 : Automates avec ε-transitions.



(c) Automate $\mathcal{A}_3$



(d) Automate $\mathcal{A}_4$

1. Quelle condition doit être remplie pour que l'automate $\mathcal{A}_3$ (non déterministe) soit passé dans l'état 1 ?
2. Une fois dans l'état 1, l'automate $\mathcal{A}_3$ est-il encore en mesure de lire des lettres ?
3. En déduire les mots reconnus par cet automate.
4. L'automate $\mathcal{A}_4$ est un automate à ε-transition. Dans quel(s) état(s) peut-il se trouver après avoir lu le mot a ? Après avoir lu le mot b ?
5. L'automate $\mathcal{A}_4$ reconnaît-il le mot abb ?
6. Les automates $\mathcal{A}_3$ et $\mathcal{A}_4$ reconnaissent-ils les mêmes mots ?
7. Quels sont les mots reconnus par l'automate $\mathcal{A}_4$?