Feuille de TD n° 10 : minimisation

Exercice 1 : Thompson et compagnie

Donner les automates de Thompson correspondant aux expressions suivantes, puis supprimer les transitions spontanées :

- $(a^*b^*)^*$;
- $(\varepsilon + a + aa)a^*$;
- $b(ab)^* + (ba)^*b$;
- $(a + bb)^*(b + aa)^*$;
- $(a + b)^*(aaa + bbb)(a + b)^*$.

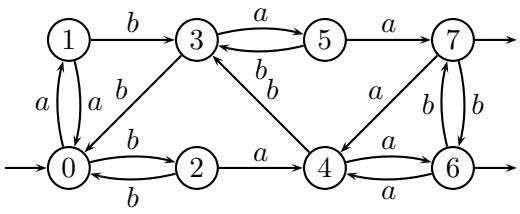
Le cas échéant, déterminiser puis minimiser l'automate sans ε-transitions obtenu. Vérifier ensuite que l'automate minimal reconnaît bien le langage décrit par l'expression de départ.

Exercice 2 : La boucle est bouclée...

Proposer une méthode *algorithmique* pour vérifier que deux expressions rationnelles sont équivalentes. Appliquer cette méthode pour vérifier que $b(a + b)^*a$ et $(b^+a^+)^+$ désignent le même langage.

Exercice 3 : Déterminisé du codéterminisé

Soit l'automate $\mathcal{A}$ suivant :



1. Donner un automate $\mathcal{A}_R$ reconnaissant le langage « miroir » de celui reconnu par $\mathcal{A}$, c'est-à-dire le langage des mots de $Rec(\mathcal{A})$ lus à l'envers.
2. Déterminisez $\mathcal{A}_R$. L'automate obtenu est-il minimal ? (minimisez-le pour le savoir).
3. Soit $\mathcal{A}_{RR}$ le miroir du déterminisé de $\mathcal{A}_R$. Quel langage reconnaît ce nouvel automate ? Déterminisez-le et vérifiez que l'automate obtenu est minimal.

Exercice 4 : Retour à notre problème préféré

Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des représentations binaires des multiples de 3 lus de droite à gauche, *sans utiliser la méthode de l'automate miroir*. On doit obtenir un automate à 6 états, dans lequel chaque état a une interprétation explicite.

Minimiser cet automate et retrouver le résultat connu.