Feuille de TD n° 7

Exercice 1 : Reconnaissance et déterminisation

Pour chacun des langages suivants, construire un automate déterministe qui le reconnaisse :

- $L_1 = (a+b)^*(aa+bb)(a+b)^*$
- $L_2 = ((a^*bc^*)^*acbb^*)^*$
- $L_3 = (\epsilon + a)(ab)^*$

Exercice 2 : Union, intersection, complémentaire ...

Soit $\Sigma = \{a, b\}$, et soient deux langages

$$\mathcal{L}_1 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3\} \tag{1}$$

$$\text{et } \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}. \tag{2}$$

1. En utilisant les constructions vues en cours, construire les automates reconnaissant les langages suivants :

$$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3 \text{ et } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\} \tag{3}$$

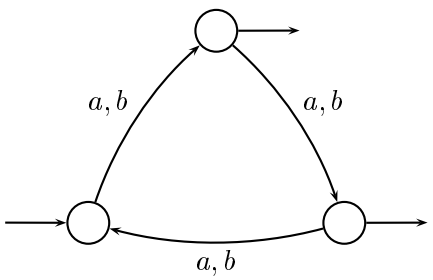
$$\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3 \text{ ou } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\} \tag{4}$$

$$\overline{\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2} = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \not\equiv 0 \mod 3 \text{ ou } u \text{ contient le facteur } a^2\} \tag{5}$$

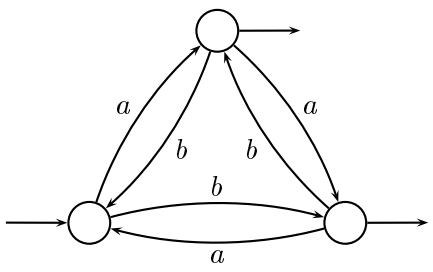
2. Construire des automates reconnaissant les langages $\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_2 \cdot \mathcal{L}_1$ et $(\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2)^*$.
3. Soit maintenant $\Sigma' = \{a, b, c\}$. Déterminer un automate reconnaissant les mots de longueur impaire ne contenant aucune répétition de lettre.

Exercice 3 : Langages reconnus par des automates

Appliquez le lemme d'Arden pour donner le langage reconnu par les automates suivants :



(a) Automate $\mathcal{A}_1$



(b) Automate $\mathcal{A}_2$

Appliquez l'algorithme de Mc-Naughton et Yamada sur les automates $\mathcal{A}_3$ et $\mathcal{A}_4$ décrits par les deux tableaux suivants :

$\mathcal{A}_3$	0	1	2
a	$\emptyset$	$\{0\}$	$\{1,2\}$
b	$\{2\}$	$\{0,1\}$	$\emptyset$
initial	oui	non	non
terminal	oui	non	non

$\mathcal{A}_4$	0	1	2	3	4	5
a	$\{2,3\}$	$\{4\}$	$\{0\}$	$\{1,5\}$	$\emptyset$	$\{4\}$
b	$\{2\}$	$\{5\}$	$\{1,2\}$	$\emptyset$	$\{4\}$	$\{1\}$
initial	oui	non	non	non	oui	non
terminal	non	non	non	oui	non	oui