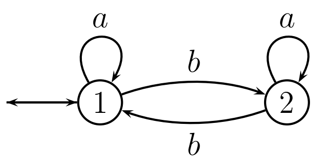
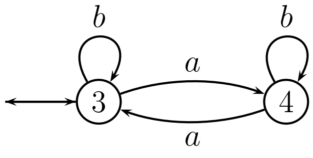
Feuille de TD n° 4 : Construction d'Automates et Lemme d'Itération

L'alphabet considéré est $A = \{a, b\}$.

Exercice 1 : Automate Produit



$\mathcal{B}$



$\mathcal{A}$

Soit $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ (resp. $\mathcal{L}(\mathcal{B})$) le langage reconnu par l' automate $\mathcal{A}$ (resp. $\mathcal{B}$).

1. Construire l'automate $\mathcal{A}_1$ reconnaissant $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \cup \mathcal{L}(\mathcal{B})$,
2. Construire l'automate $\mathcal{A}_2$ reconnaissant $\mathcal{L}(\mathcal{A}) \cap \mathcal{L}(\mathcal{B})$.
3. Constuire l'automate $\mathcal{A}_3$ reconnaissant $A^* - (\mathcal{L}(\mathcal{A}) \cup \mathcal{L}(\mathcal{B}))$.

Exercice 2 : Facteurs

Soit deux mots u et v. Le mot v est un facteur du mot u s'il existe des mots s et t tels que $u = svt$.

1. Donner la liste des facteurs des mots : *aabaa*, *abbbaab*.
2. On suppose qu'un langage $\mathcal{L}$ est donné par un automate $\mathcal{A} =< Q, X, \delta, Q_0, Q_f >$ (a priori non déterministe). Donner un automate qui reconnaît l'ensemble des facteurs de $\mathcal{L}$.

Exercice 3 : Lemme d'Itération

Les langages suivants sont-ils reconnaissables ?

- $\mathcal{L}_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{u \in A^* \mid |u|_a < |u|_b\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{u \in A^* \mid |u|_a = |u|_b\}$
- $\mathcal{L}_4 = \mathcal{L}_2 \setminus A^*\{aa, bb\}A^*$
- $\mathcal{L}_5 = \{u \in A^* \mid \text{u est un palindrome}\}$
- $\mathcal{L}_6 = \{baba^2ba^3 \dots ba^n \mid n \geq 0\}$