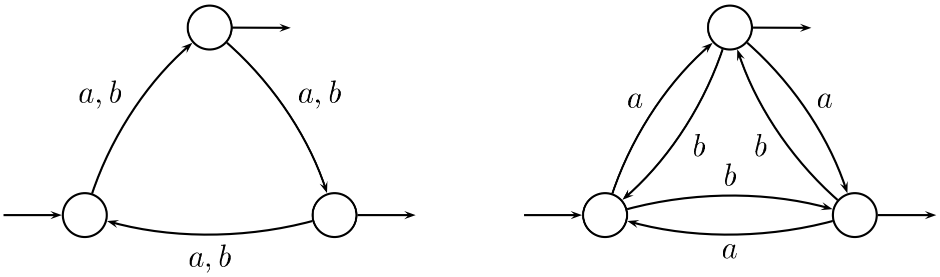
Feuille de TD n° 3 : Construction d'automates

L'alphabet considéré est $A = \{a, b\}$, à l'exception des exercices 2 et 4.

Exercice 1 : langages reconnus par des automates



(a) Automate $\mathcal{A}_1$ (b) Automate $\mathcal{A}_2$

1. Les mots *abab*, *ababa* et *ababab* sont-ils reconnus par l'automate $\mathcal{A}_1$?
2. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_1$.
3. Les mots a^4b^3, a^4b^2 et a^4b sont-ils reconnus par l'automate $\mathcal{A}_2$?
4. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{A}_2$.

Exercice 2 : Digicode

On veut écrire 2 automates déterministes qui reconnaissent l'entrée du "mot de passe" d'un digicode. Il n'y a que des chiffres possibles en entrée. Le code est 11654.

1. Construire un automate qui arrive dans un état final pour **tout** mot de passe tapé correctement.
2. Constuire un automate qui ne lit que des codes de longueur 5, et qui accepte le mot de passe.

Exercice 3 : construction d'automates

Donner des automates reconnaissant les langages suivants :

- $\mathcal{L}_1 = \{u \in A^* :$ toute occurrence de b dans u est immédiatement suivie d'au moins deux occurrences de $a\}$,
- $\mathcal{L}_2 = \{u \in A^* : u$ ne contient pas deux a successifs$\}$,
- $\mathcal{L}_3 = \{u \in A^* :$ le nombre d'occurrences de a dans u est pair$\}$,
- $\mathcal{L}_4 = \{u \in A^* :$ les blocs de a dans u sont alternativement de longueur paire et impaire$\}$.

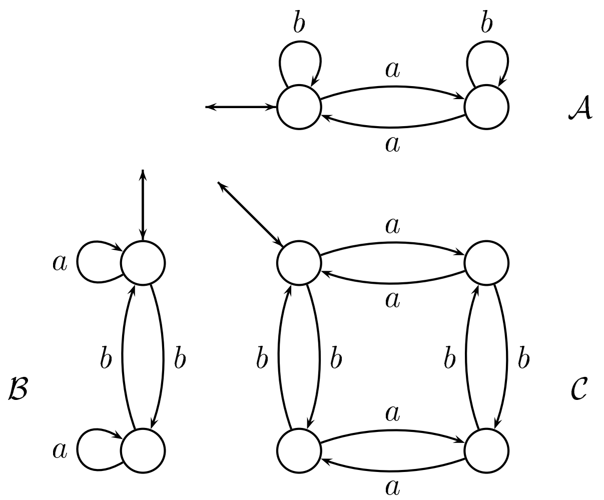
Exercice 4 :

On veut qu'un automate reconnaisse des nombres écrits en binaires tels que les nombres acceptés soient lus dans le sens "bits de poids fort en premier" (de gauche à droite) et que ce nombre soit un multiple de 3.

Dessiner un tel automate.

Même question si les nombres sont lus dans le sens "bits de poids faible en premier" (de droite à gauche).

Exercice 5 : intersection de langages et automate produit



1. Décrire les langages reconnus par les automates $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.
2. Après avoir lu un nombre pair de b, dans quels états peut se trouver l'automate $\mathcal{C}$?
3. Décrire le langage reconnu par l'automate $\mathcal{C}$ et conclure.